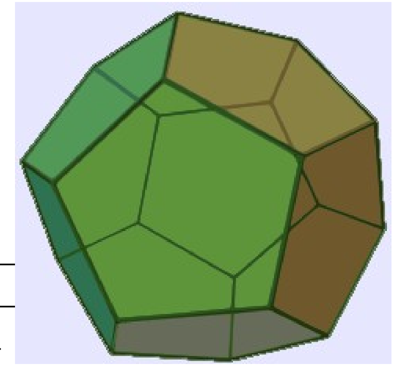
ΠΡΟΒΛΗΜΑ: Να γίνει η ανθυφαίρεση, μεταξύ της διαγωνίου δ και της πλευράς α ενός κανονικού πενταγώνου.

<u>Διαπραγμάτευση του προβλήματος: (Απευθύνεται σε αναγνώστη με ελάχιστες πρότερες γνώσεις)</u>

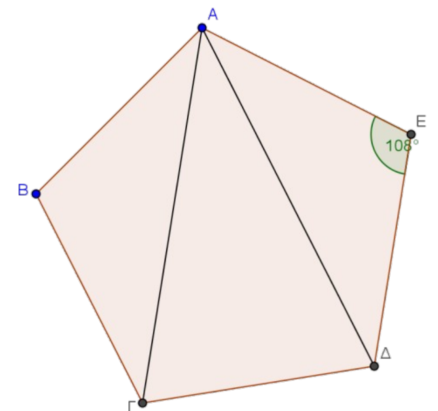
Το παραπάνω πρόβλημα είναι πιθανόν να ετέθη στους Πυθαγόρειους μιας και το κανονικό πεντάγωνο είναι φυσικό σχήμα που απαντάται στην περιοχή

Κατά τον Von Fritz, είναι πιθανόν η ανακάλυψη της ύπαρξης ασυμμέτρων μεγεθών να έγινε από τον πυθαγόρειο Ίππασο. Ο Ίππασος ενδιαφερόταν, πιθανότατα, για το κανονικό δωδεκάεδρο και κατ΄ επέκταση **για τις έδρες του που είναι κανονικά πεντάγωνα.** Κάτι τέτοιο κατά Von Fritz, είναι απόλυτα δικαιολογημένο, διότι **η Κάτω Ιταλία είναι γεμάτη από κρυστάλλους πυριτίου, οι οποίοι είναι κανονικά δωδεκάεδρα** ,και οι Πυθαγόρειοι ενδιαφέρονταν για αριθμητικές αναλύσεις γεωμετρικών επιπέδων σχημάτων και στερεών. <u>Ο Fritz συνδέει την ανακάλυψη ασυμμέτρων μεγεθών με την άμεση συνειδητοποίηση, πως ασυμμετρία σημαίνει αδυναμία αλγοριθμικής περάτωσης στης διαδικασία εύρεσης κοινού μέτρου δύο δεδομένων συγκρινομένων μηκών.</u> Σύμφωνα με τον Von Fritz το πρόβλημα είναι το εξής : **δεδομένου ενός κανονικού πενταγώνου ΑΒΓΔΕ, <u>δεν υπάρχει κοινό μέτρο</u> μεταξύ μιας πλευράς του και της διαγωνίου του.**



Το κανονικό πεντάγωνο, είναι ένα σχήμα που έχει 5 ίσες πλευρές και 5 ίσες γωνίες. Από αυτή την πληροφορία , μπορούμε να βγάλουμε το συμπέρασμα, ότι έχει κάθε γωνία του ίση με 108 μοίρες. Πώς γίνεται αυτό:

Στο παρακάτω σχήμα, έχω ένα κανονικό πεντάγωνο, το οποίο χωρίζω σε τρία τρίγωνα.



$\text{άθροισμα των 5 ίσων ίσων γωνιών πενταγωνου} = \text{άθροισμα}$

$\text{9 γωνιων των τριών τριγώνων}$

$\hat{A}+\hat{B}+\hat{\Gamma}+\hat{\Delta}+\hat{E} = \text{άθροισμα γωνιών τριών τριγώνων}.$

$\hat{A}+\hat{B}+\hat{\Gamma}+\hat{\Delta}+\hat{E} = 3\cdot 180^0 \Rightarrow (\text{Το άθροισμα γωνιών παντός τριγώνου}$,

$\text{είναι } 180^0$

$\hat{A}+\hat{B}+\hat{\Gamma}+\hat{\Delta}+\hat{E} = 540^0 \Rightarrow (\text{επειδή και οι 5 είναι ίσες})$

$5\cdot\hat{A} = 540^0 \Rightarrow$

$\hat{A} = \frac{540^0}{5} \Rightarrow$

$\hat{A} = 108^0$

Στα τρία τρίγωνα που βλέπω στο πεντάγωνο, τα δύο (ΒΑΓ και ΑΔΕ) είναι εξ ορισμού ισοσκελή. Φαίνεται (με το μάτι) να είναι ισοσκελές και το ΑΓΔ, αλλά αυτό θέλει απόδειξη.

Να βρω τις γωνίες των τριών τριγώνων: Ξεκινάω με το ΑΒΓ. Η γωνία Β είναι 180 μοίρες, το ξέρω, το βρήκα πριν. Οι άλλες δύο ίσες είναι η κάθε μία έστω χ. Τότε:

$\chi+\chi+108 = 180 \Rightarrow$

$2\chi = 180-108$

$2\chi = 72 \Rightarrow$

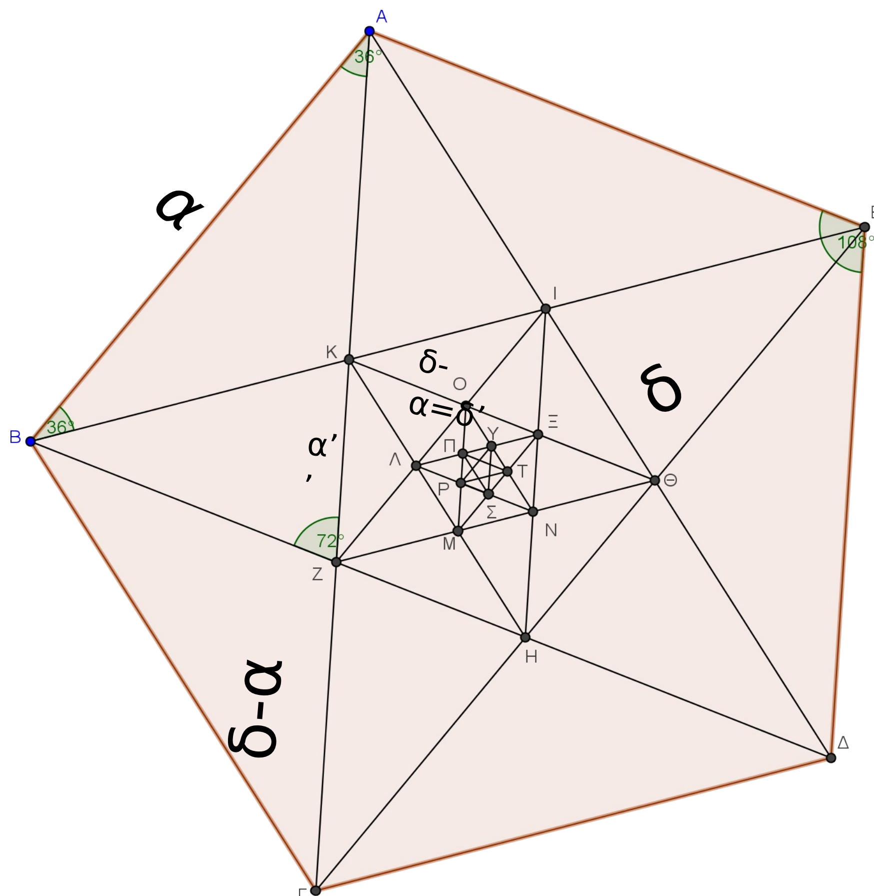
$\frac{2\chi}{2} = \frac{72}{2} \Rightarrow$

$\chi = 36$

Άρα $\chi = \widehat{B\Gamma A} = \widehat{BA\Gamma} = 36^0$ **. Ομοίως και στο άλλο ισοσκελές ΑΕΔ, έχω** $\widehat{EA\Delta} = \widehat{E\Delta A} = 36^0$ **. Μετά από αυτό το αποτέλεσμα, κοιτάμε το τρίγωνο ΓΑΔ που μοιάζει να είναι ισοσκελές. Οι δύο γωνίες που μοιάζουν να είναι ίσες, είναι : Η μία 108^0-36^0 =72^0 , αλλά και η άλλη 108^0-36^0 =72^0 , (σύμφωνα με αυτά που έχουμε ήδη ανακαλύψει και αποδείξει) Άρα, ΠΡΑΓΜΑΤΙ είναι ισοσκελές.** <u>Και τότε, η γωνία ΓΑΔ, θα είναι 180-2*72=36 μοίρες. Και κατά σύμπτωση, βγαίνει (κοιτάξτε την κορυφή Α) η γωνία του πενταγώνου Α , να ΤΡΙΧΟΤΟΜΕΙΤΑΙ (=χωρίζεται σε τρία ίσες γωνίες) 36+36+36=108 μοίρες. Επίσης θα μας χρειαστεί και η παρατήρηση ότι 2*36=36+36=72.</u>

Τώρα βλέπουμε το παρακάτω σχήμα: Έχουμε φέρει τις 5 διαγωνίους που σχηματίζουν ένα μικρό πεντάγωνο στο κέντρο. Μετά έχουμε φέρει τις 5 διαγωνίους στο μικρό πεντάγωνο, που σχηματίζουν ένα άλλο πεντάγωνο και μετά το ίδιο, και το ίδιο, και αυτό φαίνεται να συνεχίζεται επ΄άπειρον.

Το αστέρι που σχηματίζεται λέγεται και «πεντάλφα» ακριβώς, διότι σχηματίζεται από επανάληψη για 5 φορές του Ελληνικού γράμματος Α. υπάρχει και ως «άστρο του Δαυΐδ» και ως σύμβολο του Ισραήλ αλλά και ως σύμβολο των Τεκτόνων, (δηλαδή,



των Μασόνων) . Όλα τα παραπάνω, είναι και αληθή και γνωστά. Το λιγότερο γνωστό, είναι ότι όλα αυτά τα σύμβολα είναι ακραιφνώς Ελληνικά σύμβολα και δεν έχουν επιλεχθεί τυχαία ως μυστικιστικά σύμβολα, καθώς κρύβουν (όπως αυτό εδώ) σπουδαίες Συμπαντικές αλήθειες , αλήθειες που είναι πέραν του δεκαδικού Συστήματος που περιορίζει την αντίληψή μας για την φύση των αριθμών και των μαθηματικών, καθώς όπως έχουμε πει, το δεκαδικό το έχουμε επειδή ως τέκνα της Γης, τυχαίνει να έχουμε 10 δάκτυλα. (Βλέπε προηγούμενες σημειώσεις μαθήματος) Αυτό που κρατάμε,

είναι ότι παγκόσμιες οργανώσεις ανθρώπων, όπως ο Τεκτονισμός , ανεξαρτήτως του αν συμφωνεί ή διαφωνεί μαζί τους κάποιος, έχουν επιλέξει Ελληνικά Σύμβολα, όπως το Πυθαγόρειο Σύμβολο του Πυθαγόρα από την Σάμο, που πήγε στον Κρότωνα της Κάτω Ιταλίας και έφτιαξε την περιώνυμη σχολή, 550 περίπου χρόνια πριν την γέννηση του Χριστού, πέραν του περιώνυμου και σημαντικότατου θεωρήματος που απέδειξε.

Πάμε τώρα να καταλάβουμε τι το σπουδαίο κρύβει αυτό το σχήμα που το έχουν υιοθετήσει ως σύμβολό τους πολιτισμοί , και οργανώσεις που αναζητούν το Θείο, την Αρμονία του σύμπαντος, την αλήθεια πέραν της ζωής μας, δηλαδή, τις φιλοσοφικό-θρησκευτικές αναζητήσεις, κάτι που έκανε και η Σχολή του Πυθαγόρα.

Να βρεθεί η ανθυφαίρεση μεταξύ της διαγωνίου δ και της πλευράς α , όπου προφανώς α<δ.

ΒΗΜΑ 1 (του αλγορίθμου του Ευκλείδους που εδώ το λέμε και με το γενικό όνομα –όρο Ανθυφαίρεση ή Ανταναίρεση)

Το α στο δ χωράει 1 φορά (βλέπε το σχήμα και περισσεύει υπόλοιπο το δ-α , όπου δ-α<α

Να εξηγηθεί το ΒΗΜΑ1

α = ΑΒ και επειδή λόγω του ισοσκελούς ΑΒΖ ΑΒ=ΑΖ=α , βλέπω ότι «το α χωρά στο δ=ΑΓ 1 φορά» και περισσεύει το ΖΓ=δ-α .

Πρέπει να δείξω, κατά τα γνωστά, ότι το υπόλοιπο, είναι και μικρότερο από τον διαιρέτη τον α . Δηλ. δ-α<α.

Πριν το αποδείξω, κοίτα στο σχήμα που έχεις, ότι λόγω ισοσκελών τριγώνων, έχω :

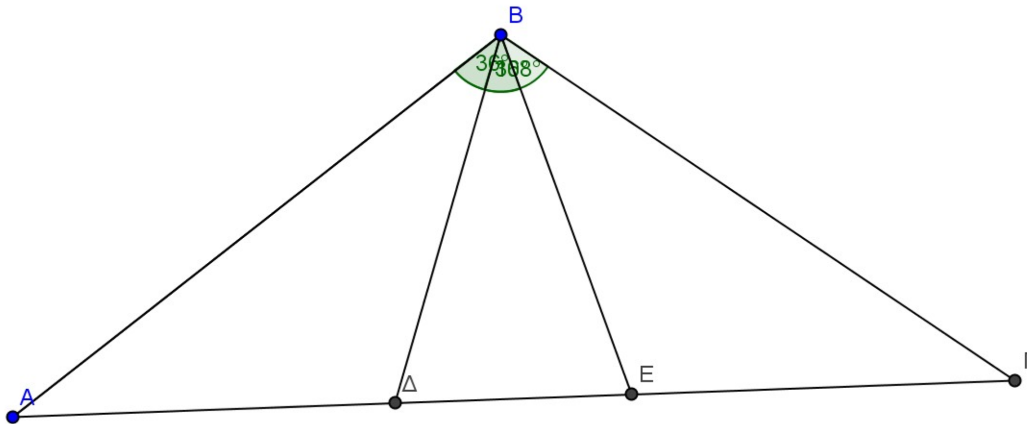
ΖΓ=ΖΒ (το ΖΒΓ είναι ισοσκελές)

ΖΒ=ΚΒ (Το ΒΖΚ είναι ισοσκελές)

ΚΒ=ΚΑ (Το ΚΒΑ είναι ισοσκελές)

Τελικά έχω ΓΖ=ΒΖ=ΒΚ=ΑΚ=δ-α

Να δείξω τώρα και το δ-α<δ



Αν έχω ισοσκελές με γωνία κορυφής 108 μοίρες και τριχοτομήσω την γωνία της κορυφής (Γενικά δεν γίνεται με κανόνα και διαβήτη, αλλά ειδικά για την γωνία των 108 μοιρών γίνεται) θα έχω με τα ισοσκελή που εμφανίζονται ΑΒ=ΑΕ (Το ΑΒΕ είναι ισοσκελές) ΒΓ=ΓΔ (Το ΒΓΔ ισοσκελές) ΑΒ=ΒΓ (ΑΒΓ ισοσκελές) ΒΔ=ΒΕ (ΒΔΕ ισοσκελές)

Επομένως, ΑΒ=ΑΕ<ΑΓ (δηλ. δ-α<α)

Απέδειξα δηλαδή, ότι σε ένα ισοσκελές τρίγωνο με γωνία κορυφής 108 μοιρών, το κάθε σκέλος είναι μικρότερο από την βάση του ισοσκελούς. (Θα μας χρειάζεται αυτό το συμπέρασμα συνεχώς)

<u>ΒΗΜΑ2</u>

Το δ-α (=ΓΖ) χωρά στο α (=ΓΚ) 1 φορά και περισσεύει το α’ (=ΚΖ) με α’<δ-α (Γιατί το τελευταίο;)

<u>ΒΗΜΑ 3</u>

Το α΄ στο δ-α=δ’ (=ΓΖ=ΓΗ=ΗΚ λόγω ισοσκελών) χωρά όσο και το α στο δ, ΔΙΟΤΙ, είναι σχέση πλευράς κανονικού πενταγώνου και διαγωνίου του και όλα τα κανονικά πεντάγωνα είναι όμοια και οι λόγοι διατηρούνται.

Εδώ «η…παράσταση έλαβε τέλος», διότι αφού $\frac{\alpha}{\delta}=\frac{\alpha'}{\delta'}=\frac{\alpha''}{\delta''}=\frac{\alpha'''}{\delta'''}=-=-=$ ...... **λόγω της ομοιότητας, το ίδιο μοτίβο θα επαναλαμβάνεται ες αεί, εις το διηνεκές, ατελευτήτως, επ΄ άπειρον….**

Αυτό <u>μάλλον</u> ανεκάλυψε ο Ίππασος και όχι το άρρητον του ρίζα 2, έτσι τουλάχιστον βασίμως εικάζει ο Von Fritz.

Έτσι καταλήγουμε στην βεβαιότητα, ότι

Ανθυφαίρεση (α,δ)=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,……]

Είναι η πιο απλή περιοδική ανθυφαίρεση που μπορεί να σκεφθεί κάποιος.

Η σχέση των α και δ είναι άρρητη. Δηλαδή δεν υπάρχει κοινό μέτρο για τα α και δ.

Η σχέση των α και δ, είναι η σχέση της Χρυσής Τομής. Για κοιτάξτε μέσω ποίας οδού θα το ανακαλύψουμε (με σύγχρονα μαθηματικά)

Είπανε , ότι $\frac{\alpha}{\delta}=\frac{\alpha'}{\delta'}$ **ή** $\frac{\alpha}{\delta}=\frac{2\alpha-\delta}{\delta-\alpha}$ **(1)**

(Είπαμε ήδη, ότι δ'=δ-α και εύκολα βλέπουμε, ότι α΄=δ-2(δ-α) =2α-δ (κοίτα το σχήμα)

Από την (1) αν κάνω την ιδιότητα ότι «σε μια αναλογία, το γινόμενο των άκρων ισούται με το γινόμενο των μέσων» (Η «χιαστί» ιδιότητα) έχω μετά από πράξεις:

$\delta^2-\alpha\delta-\alpha^2=0$ (2)

Την εξίσωση (2) , μπορεί κάποιος να την δει ως δευτεροβάθμια εξίσωση, όπου άγνωστος είναι το δ (μπορεί να την δει –θεωρήσει και ως δευτεροβάθμια ως προς α.) Εδώ την θεωρώ ως δευτεροβάθμια με άγνωστο το δ.

Κατά τον γνωστό τύπο $\Delta=(-\alpha)^2-4*1*(-\alpha^2)=5\alpha^2$. Άρα:

δ= $\frac{-(-\alpha)\pm\sqrt{5\alpha^2}}{2}$ **(3) Επειδή όμως διαπραγματεύομαι ευθύγραμμα τμήματα με θετικό – φυσικά- μήκος (α>0) έχω:**

$$\delta=\frac{\alpha+\sqrt{5}\cdot\sqrt{\alpha^2}}{2}\Rightarrow$$
$$\delta=\frac{\alpha+\sqrt{5}\cdot|\alpha|}{2}\Rightarrow(\alpha>0)$$
$$\delta=\frac{\alpha+\sqrt{5}\cdot\alpha}{2}\Rightarrow$$
$$\delta=\frac{\alpha(1+\sqrt{5})}{2}\Rightarrow$$
$$\frac{\delta}{\alpha}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=\varphi\approx 1,62\ (\text{Με το Ελληνικό γράμμα φ συμβολίζεται διεθνώς ο λόγος της Χρυσής Τομής})$$

(Για την <u>αισθητική αξία</u> της Χρυσής τομής στις κατασκευές, έχουν γραφεί ΕΚΑΤΟΝΤΑΔΕΣ βιβλία!)